

«Vier mal fünf kann man auch zeichnen»

Kinder müssen Mathematik mit ihrer Erlebniswelt verbinden können. Forschen, argumentieren, begründen, ein Modell entwickeln hilft mehr für das Verstehen als blosses Üben von Beispielen. Der Mathematikdidaktiker und Lehrmittellautor Beat Wälti zeigt Wege zu einem erfolgreichen Mathematikunterricht auf.



Illustration aus: «Leonhard Euler: Ein Mann, mit dem man rechnen kann», z/v.g.

Herr Wälti, Mathematik – entweder man hats im Blut oder man lernt sie nie! Wieviel Wahrheit ist an dieser saloppen Auffassung dran?

Beat Wälti: Im Alltag betreiben fast alle Menschen mit Erfolg Mathematik. In der Schule hingegen wird Mathematik oft sehr formal und verdichtet vermittelt. Vermutlich scheitern viele Menschen, weil sie nicht gewohnt sind in dieser speziellen mathematischen Sprache mit ihren spezifischen Begrifflichkeiten zu denken. Sie verstehen nicht, was mit der mathematischen Sprache ausgesagt wird.

Auch ich zweifelte an einem bestimmten Punkt meines Mathematikstudiums an

meiner Begabung, bis ich merkte, dass ich in diesem Bereich ein sprachliches Problem hatte. Erst als ich die Sprache verstand, merkte ich, dass die Mathematik dahinter ganz einfach war.

Wenn man das Problem jetzt auf der untersten Schulstufe betrachtet: Würde dies denn bedeuten, dass bei vielen Kindern bereits der Einstieg in die Mathematik nicht richtig gelingt?

Eine erfolgreiche Mathematik auf der Volksschulstufe hat Schnittpunkte mit dem Alltag, die es bewusstmachen gilt. Ich versuche es mit einem Beispiel zu zeigen: In einer zweiten Klasse lernten die Kinder mit Erfolg die Fünfer-

reihe. Als ich ein Kind fragte, ob es vier mal fünf auch zeichnen könne, verneinte es ganz erstaunt, nannte mir aber sofort das Resultat – 20. Bevor ein Kind das Resultat weiss, müsste es jedoch erfahren, was vier mal fünf bedeutet. Häufig erziehen wir Kinder zuerst zu Ergebniserzeugern und -erzeugern, anstatt sie Fragen stellen und herausfinden zu lassen, wie man eine Operation darstellen könnte.

Genau diesen Bezug zum Alltag vermissen jedoch viele Menschen. Ich musste so viel Mathematik büffeln in meiner Schulzeit, und heute brauche ich das meiste davon weder im täglichen Leben noch im Beruf, ist eine häufig geäusserte Kritik. Weshalb nimmt

Mathematik überhaupt einen so grossen Stellenwert im Stundenplan ein?

Ich bin der Meinung, unsere Lebensqualität steigt enorm, wenn wir Zahlen, Statistiken, Grafiken und Formen mit einer neugierigen Gelassenheit begegnen können. Wir haben täglich mit Masszahlen zu tun, reden über Wohnflächen, über Zeitdauer, über Geschwindigkeiten oder geometrische Formen. Wir haben mit Computergrafiken zu tun, die wir interpretieren müssen. Es gibt praktisch keinen Text ohne Zahlen. Wer die Bedeutung von Zahlen schnell erfasst und miteinander in Beziehung setzen kann, erweitert seinen Handlungsspielraum. Damit steigt nicht nur die Qualität der Arbeit, sondern auch die Freude daran.

Und dennoch sind viele der Meinung, sie verstünden nichts von Mathematik.

Weil sie Mathematik mit negativen Erlebnissen in der Schulzeit gleichsetzen. Den Satz von Pythagoras, Thermumformungen oder Logarithmen können die meisten Menschen nicht ohne weiteres mit ihrem Alltag verbinden. Aber nehmen wir beispielsweise einen guten Koch; er hat Mathematik im Griff, ohne sich dessen bewusst zu sein. Er setzt Mengen und Garzeit funktional miteinander in Beziehung.

Mathematik drückt diese Dinge formal aus. Sie ist quasi die Übersetzung von Prozessen. Wir müssen uns daher auch immer wieder fragen, inwiefern wir Mathematik mit der Erlebniswelt von Kindern verbinden können. Wo nur abstrakte Zugänge möglich scheinen, muss die Frage nach der Relevanz auf der Volksschulstufe gestellt werden.

Wieviel mathematisches Wissen und Können muss ein Kind Ihrer Meinung nach bis zum Abschluss der obligatorischen Schule sammeln? Konkret: Welche mathematischen Inhalte sollte ein Kind kennenlernen?

Die Frage ist aus meiner Sicht falsch gestellt. Die Inhalte beziehungsweise das Operieren stehen heute nicht mehr, wie dies bis vor 50 Jahren der Fall war, im Mittelpunkt. Maschinen führen die mathematischen Operationen aus. Moderne Menschen sollten aber beispielsweise wissen, was die Maschine macht, welche Daten relevant sind, welche weiterverarbeitet werden müssen.

Dennoch muss doch eine Lehrperson wissen, welche Inhalte – ich brauche jetzt den**Ausdruck halt doch – sie den Schülerinnen und Schülern beibringen muss.**

Inhalte sollten immer mit Tätigkeiten verknüpft werden; nur für sich sind sie bedeutungslos. Forschen, argumentieren, begründen, ein Modell entwickeln können, dies sind bedeutsame Fähigkeiten. Kinder müssen Vertrauen entwickeln können, dass sie mit ihrem Geist der Mathe auf die Spur kommen. In HarmoS versuchen wir solche Fähigkeiten zu berücksichtigen.

Und den Dreisatz müssen sie nicht mehr können?

Doch, die Inhalte haben sich nicht stark verändert. Jedes Kind muss unter anderem wissen, was eine Addition ist, den Zahlenraum kennen oder das Stellenwertsystem. Der Zugang zu den Inhalten ist entscheidend. Aber der Mathematikunterricht muss entschlackt werden.

In Lehrmitteln der 70er-Jahre stand das Rechnen im Vordergrund. Heute muss ein Kind in der ersten Klasse beispielsweise mehr über die Bedeutung und die Beziehung der Zahlen untereinander wissen. Wer über gute Vorstellungen zu Zahlen verfügt, kann auch mit diesen Zahlen rechnen. Das bedeutet aber, Lehrpersonen müssen Situationen schaffen, in denen die Kinder Beziehungen zu den Zahlen aufbauen können.

Was heisst das konkret? Wie sieht die Methodik eines modernen Mathematikunterrichts aus?

Es wäre einfacher zu sagen, wie sie nicht aussieht.

Also zeigen Sie uns auf, wie sie nicht aussieht.

Der Unterricht darf nicht primär resultatorientiert sein. Im Vordergrund muss der Prozess stehen. Dazu braucht es Aufgaben, die in einem Gesamtkontext stehen. Ein Beispiel: Die Schüler schreiben sämtliche Additionen auf, die 12 ergeben. Auf diese Weise erkennen sie die Strukturen zur Zahl 12. Entscheidend ist, dass die Kinder Zusammenhänge erkennen und Aufgaben und Lösungswege untereinander diskutieren. Eine solche Vorgehensweise eröffnet auch lernschwächeren Kindern eine Chance, die Mathematik besser zu begreifen.

Festzustellen ist, dass ein kognitiv anspruchsvoller Unterricht die grösseren Erfolgchancen garantiert, als hunderte von Beispielen durchzurechnen. Je we-

niger Aufgaben Schülerinnen und Schüler in einer Lektion gelöst haben, desto erfolgreicher sind sie. Dies erklärt auch, warum Länder, in denen gehaltvolle Aufgaben diskutiert und nicht nur gelöst werden, in Tests so gut abschneiden.

Sie haben die Vorzüge dieses Unterrichts für Lernschwächere herausgestrichen. Ist es nicht eher so, dass schwächere Kinder, die vielleicht auch sprachliche Defizite haben, eben gerade mit einem solchen Unterricht noch mehr überfordert sind?

Wenn der Unterricht lediglich auf Resultate zielt, ist die Gefahr gross, dass Schüler unverstandene Algorithmen automatisieren oder Ergebnisse auswendig lernen. In den ersten Schuljahren sind sie damit häufig erfolgreich. Werden die Aufgaben allerdings komplexer, sind sie bald hoffnungslos überfordert, wenn sie die dahinter stehenden Strukturen nicht verstehen.

Entscheidend ist jedoch, dass Lehrpersonen einerseits einen möglichst niederschweligen Einstieg in eine Lernumgebung finden und andererseits den Spielraum der Entdeckungen so hoch halten, dass auch begabtere Kinder nicht unterfordert sind.

Was sagen Sie zum landläufigen Vorurteil: «Kinder lernen zwar heute neue Mathematik, aber rechnen können sie nicht mehr.»

Die Frage ist, was zentral ist. Ich bin auch der Meinung, dass alle wissen müssen, was sieben mal vier ist. Was mache ich aber, wenn ich es vergesse? Wenn ich weiss, wie ich das Resultat konstruieren kann, ist das nicht schlimm. Es kann nicht das Ziel sein, alle wichtigen Ergebnisse auswendig zu können. Viel wichtiger ist beispielsweise, dass Kinder lernen, Ergebnisse und Grössen abzuschätzen; das genaue Resultat bei schwierigen Rechnungen liefert der Taschenrechner.

Gemäss HarmoS-Projekt sollen Schülerinnen und Schüler in der ganzen Schweiz zu bestimmten Zeitpunkten in ihrer Schullaufbahn den gleichen Wissensstand in den Kernfächern, zu denen auch Mathematik zählt, aufweisen. Welche Voraussetzungen müssen dazu im Unterricht, in den Lehrmitteln und im Bereich der Aus- und Weiterbildung der Lehrpersonen geschaffen werden?

Lehrpersonen müssen sich heute bewusst sein, dass Prozesswissen mindestens so wichtig ist wie Faktenwissen. Wissen allein zählt wenig.

Ein Beispiel: Das Wissen, dass die Summe drei aufeinanderfolgender Zahlen zusammengezählt immer durch drei teilbar ist, ist nicht relevant. Aber das Erforschen solcher Fragestellungen ist entscheidend für den Aufbau arithmetischer Denkstrukturen.

Ein solches Vorgehen würde aber wohl für viele Lehrpersonen eine Weiterbildung bedingen.

Das ist richtig. Und dagegen gibt es auch gewisse Widerstände. Lehrpersonen fühlen sich oft gestresst, wenn sie merken, dass Fortbildungsbedarf da ist. Vielen Lehrpersonen und vor allem den heutigen Studierenden gelingt es jedoch relativ problemlos, in diese Denkweise einzusteigen und einen entsprechenden Unterricht zu gestalten. Für die Älteren braucht es eine gute Portion Gelassenheit, sich darauf einzulassen. Wer das nicht kann, ist deshalb noch lange keine schlechte Lehrkraft. Wer sich die Mühe macht, einen Begleitband zu lesen, findet jedoch bereits in den heutigen Lehrmitteln in dieser Hinsicht gute Unterstützung.

Welche Merkmale haben gute Lehrmittel?

Moderne Lehrmittel ermöglichen bereits einen offenen Unterricht. Lehrpersonen vermissen jedoch in diesen oft den Übungsstoff. Wir Mathematikdidaktiker verfolgen eine andere Strategie. Etwas provokativ gesagt: Ich bin der Meinung, dass wir mit 100 guten Aufgaben in einem Schuljahr auskommen könnten. Enthält das Lehrmittel eine grosse Aufgabensammlung, bringt dies die Lehrpersonen in eine Stresssituation, weil sie den Anspruch spüren, mit ihren Schülerinnen und Schülern alle gelöst zu haben. Es gilt also, das Bewusstsein zu schärfen für das Notwendige und das Überflüssige.

Wie stellt eine Lehrperson fest, ob ihre Schülerinnen und Schüler die Mindestanforderungen erreicht haben?

Hier kommt sofort der Wunsch nach geeigneten Tests. Ein Test misst jedoch nur die Fähigkeit, innerhalb einer bestimmten Zeit korrigierbar auf eine Fragestellung zu antworten. Er verbietet jegliche zusätzliche Hilfestellungen oder Information, verunmöglicht den gegenseitigen Austausch und schliesst die Chance auf Verbesserungsmöglichkeiten aus. Lernen wird begünstigt, wenn über Fragestellungen und Lösungen nachge-



Foto: Doris Fischer

Mathematikdidaktiker und Lehrmittelautor Beat Wälti: «Lehrpersonen müssen Situationen schaffen, in denen die Kinder Beziehungen zu den Zahlen aufbauen können.»

dacht wird und Zeit zur Verfügung steht, um über Lösungswege diskutieren zu können und dadurch zu individuell geprägten Resultaten zu gelangen. Das sind Prozesse, die heute im Berufsleben gefragt sind und die ein Test nur schwer messen kann.

HarmoS muss deshalb Aufgaben zur Verfügung stellen, die nicht nur als Testaufgaben taugen, sondern sich mit kleinen Anpassungen auch zur Dokumentation von mathematischem Lernen als Prozess eignen, z.B. durch Portfolios.

In den PISA-Erhebungen schnitten die Schweizer Jugendlichen in den mathematischen Fächern gut bis sehr gut ab, besser als im Fachbereich Lesen, Leseverständnis. Welche Erklärung haben Sie dafür? Erteilen Mathelehrpersonen einen besseren Unterricht als ihre Kolleginnen und Kollegen im Fach Deutsch?

Wenn es mit Tests wie PISA gelänge, das ganze Kompetenzspektrum eines Kindes einzufangen, würde tatsächlich vieles für diese Argumentation sprechen. Ein Test misst jedoch immer nur einen kleinen Ausschnitt vom wahren Können des Kindes. Je nach vorherrschender Unterrichtskultur sind sich Kinder überhaupt nicht an Aufgaben gewöhnt, wie sie in PISA gestellt werden. Da ist es nur natürlich, dass deren Ergebnisse nicht so günstig ausfallen. Auf der Hand liegt auch, dass die unterschiedliche Lektorenzahl, die sogar zwischen den einzelnen Kantonen stark differiert, eine Rolle spielt. So haben beispielsweise Schüle-

rinnen und Schüler im Kanton St. Gallen wesentlich mehr Mathe als Berner Lernende. So ist es nur natürlich, dass deren Ergebnisse nicht so günstig ausfallen.

Ist es ein Vorurteil oder eine Tatsache, dass Mädchen generell weniger begabt (oder interessiert) an Mathematik sind als Knaben?

In einzelnen Ländern lässt sich diese Tendenz nicht bestätigen. Beispielsweise sind Tschechinnen in internationalen Vergleichstests ebenso gut wie ihre männlichen Kollegen. In Island schneiden die Mädchen sogar besser ab als die Knaben. Es ist vielmehr eine Frage der Sozialisierung. Wenn Mädchen nicht gut sind in Mathe, tröstet man sich hierzu gerne damit, dass sie dafür andere Qualitäten hätten, beispielsweise im sozialen oder im sprachlichen Bereich. Ist ein Knabe nicht gut in Mathe, hat man eher den Anspruch, dass er seine Defizite wettmachen sollte. Dieser Grundhaltung können auch Kinder aus aufgeklärten Haushalten nicht gänzlich entfliehen. Wenn ein Knabe gut ist in Mathe, glaubt man, er sei talentiert; wenn ein Mädchen gut ist, erklärt man sich das damit, dass es dafür grosse Anstrengungen unternimmt. Mädchen, die erfolgreich sind in Mathe, haben manchmal sogar Hemmungen, zu ihrem Talent zu stehen, da sie fürchten, als unweiblich zu gelten.